

ОТЗЫВ

официального оппонента о диссертации

Макаровой Аллы Викторовны «О разрешимости дифференциальных включений с текущими скоростями», представленной на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.02 – дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление

Дифференциальные включения являются очень удобным аппаратом для описания управляемых систем различных классов, систем с разрывными характеристиками, изучаемых в ряде разделов теории оптимального управления, математической экономики, математической физики и др.

Основным объектом исследования в диссертации А.В. Макаровой являются дифференциальные включения с текущими скоростями (симметрическими производными в среднем, введенными в шестидесятые годы прошлого века Э. Нельсоном). Это наиболее важный для приложений тип стохастических дифференциальных включений еще и потому, что текущие скорости являются аналогами обычных скоростей детерминированных процессов.

Дифференциальные включения с производными в среднем охватывают более широкий класс задач, чем стохастические дифференциальные включения в интегральной форме, что позволяет применять их к описанию различных сложных физических процессов таких, например, как движение вязкой несжимаемой жидкости.

Кроме того, следует отметить, что в отличие от уравнений с текущими скоростями, включения с текущими скоростями до недавнего времени практически не исследовались.

Таким образом, изучаемые в диссертации задачи являются весьма актуальными.

Диссертация состоит из введения, трех глав, разбитых на 14 параграфов, и списка цитируемой литературы. Во введении обосновывается актуальность

темы, описывается методика исследований и дается краткий обзор основных результатов. В первой главе содержатся вспомогательные сведения из теории многозначных отображений и стохастического анализа. Даются определения классических производных в среднем по Э. Нельсону, описывается квадратичная производная в среднем, введенная С.В. Азариной и Ю.Е. Гликлихом. Также вводится понятие дифференциального уравнения с текущими скоростями. В диссертации используется теорема о существовании решений дифференциального уравнения с текущими скоростями, доказанная С.В. Азариной и Ю.Е. Гликлихом, в предположениях, что правые части введенного уравнения гладки и ограничены, а также плотность распределения начального условия гладка и нигде не равна нулю. Поэтому при исследовании разрешимости включений с текущими скоростями стандартные приемы, использующие существование непрерывных селекторов или непрерывных ε -аппроксимаций потребовали существенной модификации.

Вторая глава содержит полученные диссертантом технические конструкции, которые используются в дальнейшем. В параграфе 2.1 представлены конструкции с симметрическими матрицами, на которых основаны доказательства в нескольких случаях далее. Кроме того, в диссертации представлена конструкция римановой метрики на торе, порожденной гладкой невырожденной правой частью для квадратичной производной в среднем в уравнении с текущими скоростями, а также формы объема этой римановой метрики. Основным результатом параграфа 2.2 составляет достаточное условие слабой компактности вероятностных мер на пространстве непрерывных кривых, где меры соответствуют решениям последовательности уравнений с текущими скоростями.

В третьей главе доказана разрешимость дифференциальных включений с текущими скоростями различных типов: когда правые части обладают гладким селектором, когда правые части обладают гладкими ε -аппроксимациями с ограниченными первыми производными, а также, когда правые части имеют выпуклые замкнутые ограниченные образы и полунепрерывны сверху или

снизу. Отметим важный для приложений случай, когда правая часть соотношения с квадратичной производной принимает значение в симметрических матрицах с постоянным определителем. Подчеркнем, что изучение всех этих случаев требует различных методов и выполнения отличающихся друг от друга условий.

Диссертационная работа А.В. Макаровой является законченным научным исследованием, выполненным на высоком научном уровне. Все основные утверждения четко сформулированы, и полностью доказаны, причем приведенные рассуждения соответствуют современному уровню математической строгости.

В качестве недостатков можно привести следующие замечания.

1) На странице 29, 4 строка снизу, часть текста приведена на английском языке.

2) На странице 34, 5 строка сверху, пропущена буква «я» в слове «скоростями».

3) На странице 35, 3 строка снизу, слитно написано два слова.

4) На странице 40, 9 строка сверху, два предлога «с» одновременно.

5) На странице 57, 5 строка снизу, лишняя буква «й», 9 строка снизу, лишняя буква «п».

6) На странице 62, 12 строка сверху, лишняя буква «к», 12 и 14 строки сверху, пропущены буквы в некоторых словах.

7) В тексте диссертации термин «отображение» применяется и к многозначным и к однозначным отображениям, что может вызвать неоднозначную его интерпретацию. Для многозначных отображений уместно было бы применять общепризнанный термин «мультиотображение».

8) Имеется некоторое количество пунктуационных ошибок на страницах 27, 39, 45, 50, 62, 63, 66, 69, 71.

9) При оформлении списка цитируемой литературы не до конца выдержан единый подход. Например, источники [12, 14, 31] имеют отличный от остальных источников шаблон оформления.

Вместе с тем необходимо отметить, что приведенные недостатки не снижают общего положительного впечатления о работе и ее научной значимости.

Автореферат правильно и полно отражает содержание диссертации.

Результаты диссертации своевременно опубликованы в 13 работах. Две из них опубликованы в журналах, входящих в перечень рецензируемых журналов и изданий, рекомендованный ВАК РФ.

Диссертация А.В. Макаровой «О разрешимости дифференциальных включений с текущими скоростями» удовлетворяет всем требованиям п. 9 Положения о порядке присуждения ученых степеней ВАК РФ, предъявляемым к кандидатским диссертациям, а ее автор, Алла Викторовна Макарова, заслуживает присуждения ей ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.02 – дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление.

Доцент кафедры высшей математики
ФГБОУ ВО «Воронежский государственный
педагогический университет»,
канд. физико-математических наук, доцент

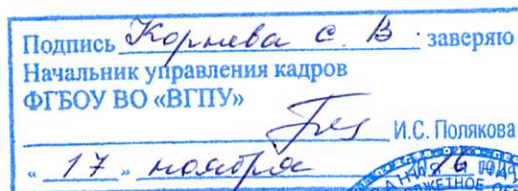


С.В. Корнев

17.11.2016

Корнев Сергей Викторович

394043, Воронеж, ул. Ленина, д. 86, тел.: (473) 255-24-11,
e-mail: kornev_vrn@rambler.ru



ОТЗЫВ

официального оппонента о диссертации

Макаровой Аллы Викторовны «О разрешимости дифференциальных включений с текущими скоростями», представленной на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.02 – дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление

Дифференциальные включения являются очень удобным аппаратом для описания управляемых систем различных классов, систем с разрывными характеристиками, изучаемых в ряде разделов теории оптимального управления, математической экономики, математической физики и др.

Основным объектом исследования в диссертации А.В. Макаровой являются дифференциальные включения с текущими скоростями (симметрическими производными в среднем, введенными в шестидесятые годы прошлого века Э. Нельсоном). Это наиболее важный для приложений тип стохастических дифференциальных включений еще и потому, что текущие скорости являются аналогами обычных скоростей детерминированных процессов.

Дифференциальные включения с производными в среднем охватывают более широкий класс задач, чем стохастические дифференциальные включения в интегральной форме, что позволяет применять их к описанию различных сложных физических процессов таких, например, как движение вязкой несжимаемой жидкости.

Кроме того, следует отметить, что в отличие от уравнений с текущими скоростями, включения с текущими скоростями до недавнего времени практически не исследовались.

Таким образом, изучаемые в диссертации задачи являются весьма актуальными.

Диссертация состоит из введения, трех глав, разбитых на 14 параграфов, и списка цитируемой литературы. Во введении обосновывается актуальность

темы, описывается методика исследований и дается краткий обзор основных результатов. В первой главе содержатся вспомогательные сведения из теории многозначных отображений и стохастического анализа. Даются определения классических производных в среднем по Э. Нельсону, описывается квадратичная производная в среднем, введенная С.В. Азариной и Ю.Е. Гликлихом. Также вводится понятие дифференциального уравнения с текущими скоростями. В диссертации используется теорема о существовании решений дифференциального уравнения с текущими скоростями, доказанная С.В. Азариной и Ю.Е. Гликлихом, в предположениях, что правые части введенного уравнения гладки и ограничены, а также плотность распределения начального условия гладка и нигде не равна нулю. Поэтому при исследовании разрешимости включений с текущими скоростями стандартные приемы, использующие существование непрерывных селекторов или непрерывных ε -аппроксимаций потребовали существенной модификации.

Вторая глава содержит полученные диссертантом технические конструкции, которые используются в дальнейшем. В параграфе 2.1 представлены конструкции с симметрическими матрицами, на которых основаны доказательства в нескольких случаях далее. Кроме того, в диссертации представлена конструкция римановой метрики на торе, порожденной гладкой невырожденной правой частью для квадратичной производной в среднем в уравнении с текущими скоростями, а также формы объема этой римановой метрики. Основным результатом параграфа 2.2 составляет достаточное условие слабой компактности вероятностных мер на пространстве непрерывных кривых, где меры соответствуют решениям последовательности уравнений с текущими скоростями.

В третьей главе доказана разрешимость дифференциальных включений с текущими скоростями различных типов: когда правые части обладают гладким селектором, когда правые части обладают гладкими ε -аппроксимациями с ограниченными первыми производными, а также, когда правые части имеют выпуклые замкнутые ограниченные образы и полунепрерывны сверху или

снизу. Отметим важный для приложений случай, когда правая часть соотношения с квадратичной производной принимает значение в симметрических матрицах с постоянным определителем. Подчеркнем, что изучение всех этих случаев требует различных методов и выполнения отличающихся друг от друга условий.

Диссертационная работа А.В. Макаровой является законченным научным исследованием, выполненным на высоком научном уровне. Все основные утверждения четко сформулированы, и полностью доказаны, причем приведенные рассуждения соответствуют современному уровню математической строгости.

В качестве недостатков можно привести следующие замечания.

1) На странице 29, 4 строка снизу, часть текста приведена на английском языке.

2) На странице 34, 5 строка сверху, пропущена буква «я» в слове «скоростями».

3) На странице 35, 3 строка снизу, слитно написано два слова.

4) На странице 40, 9 строка сверху, два предлога «с» одновременно.

5) На странице 57, 5 строка снизу, лишняя буква «й», 9 строка снизу, лишняя буква «п».

6) На странице 62, 12 строка сверху, лишняя буква «к», 12 и 14 строки сверху, пропущены буквы в некоторых словах.

7) В тексте диссертации термин «отображение» применяется и к многозначным и к однозначным отображениям, что может вызвать неоднозначную его интерпретацию. Для многозначных отображений уместно было бы применять общепризнанный термин «мультиотображение».

8) Имеется некоторое количество пунктуационных ошибок на страницах 27, 39, 45, 50, 62, 63, 66, 69, 71.

9) При оформлении списка цитируемой литературы не до конца выдержан единый подход. Например, источники [12, 14, 31] имеют отличный от остальных источников шаблон оформления.

Вместе с тем необходимо отметить, что приведенные недостатки не снижают общего положительного впечатления о работе и ее научной значимости.

Автореферат правильно и полно отражает содержание диссертации.

Результаты диссертации своевременно опубликованы в 13 работах. Две из них опубликованы в журналах, входящих в перечень рецензируемых журналов и изданий, рекомендованный ВАК РФ.

Диссертация А.В. Макаровой «О разрешимости дифференциальных включений с текущими скоростями» удовлетворяет всем требованиям п. 9 Положения о порядке присуждения ученых степеней ВАК РФ, предъявляемым к кандидатским диссертациям, а ее автор, Алла Викторовна Макарова, заслуживает присуждения ей ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.02 – дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление.

Доцент кафедры высшей математики
ФГБОУ ВО «Воронежский государственный
педагогический университет»,
канд. физико-математических наук, доцент



С.В. Корнев

17.11.2016

Корнев Сергей Викторович

394043, Воронеж, ул. Ленина, д. 86, тел.: (473) 255-24-11,
e-mail: kornev_vrn@rambler.ru

